

Série N°:1**EXERCICE N°I :**

① Ecrire sous forme $a + b\sqrt{c}$, où a , b et c sont des entiers.

1) $\sqrt{16 - 6\sqrt{7}}$

2) $\sqrt{43 + 30\sqrt{2}}$

3) $\sqrt{18 + 2\sqrt{77}}$

② Ecrire sans radicaux au dénominateur :

1) $\frac{-\sqrt{7}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}}$

2) $\frac{\sqrt{7} - 1}{\sqrt{7} + 1}$

3) $\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} - \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$

③ On donne les réels : $A = 9 + 4\sqrt{5}$ et $B = 9 - 4\sqrt{5}$

1) Ecrire plus simplement A/B .

2) Ecrire A et B sous la forme d'un carré.

3) Simplifier l'écriture suivante : $A\sqrt{A} + B\sqrt{B}$

④

1) Ecrire sans radical au dénominateur : $\frac{1}{\sqrt{3} + 2} - \frac{1}{\sqrt{3} - 2}$

2) Soit un entier naturel n : a- Montrer que : $\frac{-1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = \sqrt{n} - \sqrt{n+1}$.

b- En déduire la valeur de $X = \frac{-1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{-1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{-1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}}$

EXERCICE N°II :

① Soit x un réel tel que : $2 \leq x \leq 3$

1) Encadrer : $1 - x$, $x(1 - x)$ et $x^2 - 6x + 3$.

2) Montrer que pour tout réel x on a : $2\sqrt{x^2} + |x - x^2| - \sqrt{(1 - x)^2} = 1 + x^2$

3) a- Montrer que : $\frac{1}{x} + \frac{1}{1 - x} = \frac{1}{x(1 - x)}$. b- En déduire que : $-\frac{1}{3} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{1 - x} \leq -\frac{1}{4}$

② Soit x un réel non nul, montrer :

1) $\sqrt{\frac{x^2 + 7}{x^2 + 3}} < \frac{x^2 + 7}{x^2 + 3}$

2) $\sqrt{\frac{x^2 + 1}{x^2 + 5}} > \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5}$

EXERCICE N°III :

x , y et z trois réels strictement positifs :

1) Montrer que : $x^2 + y^2 \geq 2xy$

2) Montrer alors que : a) $2(x^2 + y^2) \geq (x + y)^2$. b) $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$.

En déduire que : $\frac{x}{yz} + \frac{y}{xz} + \frac{z}{xy} \geq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

EXERCICE N°IV :

① Soient les réels $x = \sqrt{10 + 3\sqrt{11}}$ et $y = \sqrt{10 - 3\sqrt{11}}$.

1) a- Montrer que x et y sont inverses.

b- Déduire la valeur de : $x^{19} \cdot y^{17}$

2) On pose : $u = x + y$ et $v = x - y$.

a- Calculer u^2 et v^2 . b- Déduire une expression simplifiée de u et v .

② On pose $a = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$.

1) Vérifier que : $a^2 + a - 1 = 0$. En déduire que : $\frac{1}{a} = a + 1$

2) Montrer alors que : $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+1}} + \frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a}} = \sqrt{5}$